

研究主題 「深い学びの実現に向けた学習過程の工夫」～数学科を軸とした各教科における見方・考え方を働かせた授業づくりを通して～

単元を貫く問い 直観的に捉えた図形の性質や関係を、論理的に考察し表現するためにはどうすればよいだろう? ～図形の性質を演繹的に確かめることを通して～

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(●)

【小学校第6学年まで】

◆図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し、図形の性質や図形の計量について考察することができる。

●線対称 ●点対称

【第1学年】

◆日常の事象を図形の形や大きさ、図形の移動から構成要素、位置関係、相当関係、対称性に着目して、図形の性質や関係を考察し表現することができる。

◆図形を観察したり条件を読み取ったりすることで、測定に頼らずに基本的な作図の方法を利用して、筋道立てて説明するとともに、問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

●図形の移動 ●基本的な作図

本単元の目標

学びに向かう力、人間性等

図形の合同について、数学的活動の楽しさや数学の良さに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたり、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとしたりする態度を身に付ける。

単元終了時のめざす生徒の姿

・日常生活や数学事象の中の形や大きさ、位置関係に着目して観察し、図形の性質や関係を見だし、その見だした事柄を三角形の合同条件や図形の性質などを基にして論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだすことや学んだ図形の性質を具体的な場面で活用したりすることができる。

・問題解決の過程やその結果を振り返って評価・改善しようとしたり、多様な考えを認めよりよく問題解決しようとしたりしている。

思考力・判断力・表現力等

数学的な推論の過程に着目し、図形の性質や関係を論理的に考察し表現する力を身に付ける。

知識及び技能

平面図形と数学的な推論についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。

この単元からつながっている領域の付けたい力(◆)と内容(●)

【第3学年】

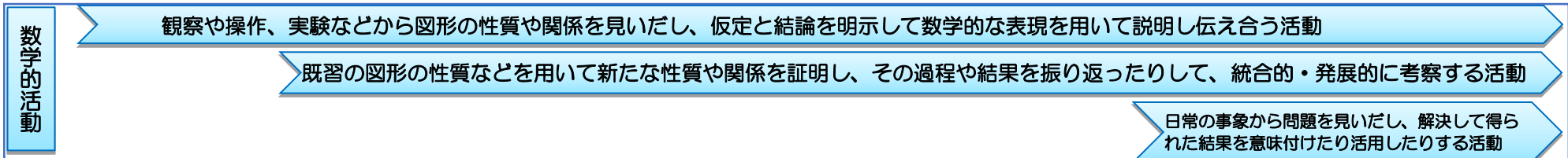
◆日常生活や数学の事象の中から相似な三角形を見だし、直接測定することが困難なものを考察したり、図形の中の線分の比や位置関係について関係性を見だし、相似な図形の性質などを基にして論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見だし、学んだ図形の性質を具体的な場面で活用したりすることができる。

●三角形の相似条件 ●平行線と線分の比についての性質

生徒の実態と指導観


本学級の生徒は、2学期の期末テストの結果から、平行線や角の性質を用いて解決する問題の正答率が高く、平行や角、三角形の合同条件については、ある一定の学力の定着が見られた。しかし簡単な図形であっても、仮定や結論を明確にしたり、証明における根拠を明らかにする問題になると正答率が60%程度となり、さらに証明したり証明を読んで見直したりする問題になると正答率が20%未満になるなど、論証における力はまだ定着しているとはいえない。そのため、自分の考えに自信が持てないことから、授業など全体の場で発表したり説明したりすることに対して消極的な姿が見られる。

このような実態を踏まえ本単元では、第1学年で学習した「図形の移動」を単元を貫く要素として学びをつなぎ、生徒がこれまで獲得した力や数学的な見方・考え方を働かせられるよう単元を構成した。指導に当たっては、事柄の仮定と結論に着目させることを重視し、既習事項の何をいれれば結論に至るのかという見通しを持たせ、論理的に考察する過程を丁寧に指導していきたい。また、根拠を明らかにして説明し合う活動では数学的な推論の過程を他者に分かりやすく表現できるよう、少しずつ段階を踏みながらより簡潔で明瞭な表現を目指したい。本時の指導に当たっては、数学的事象を図形の構成要素の動きに着目して観察し、数学的な問題を設定するまでのA2のプロセスを丁寧に描く。生徒自身が推測した図形の性質を論証し、さらに解決結果を振り返って統合する過程を2時間扱いで指導する。



【6時間】


問い 二つの図形が合同であることを移動以外に判断するには、どうすればよい?



- 図形の移動をもとに、二つの図形の合同について考え、重ね合わせることなく二つの三角形が合同か判断するにはどうすればよいかを考える。(D2)
- 仮定・結論・根拠を明確にして辺の長さ、角の大きさが等しいことを証明する。(B)
- これまで学習した図形の基本的な作図の方法を三角形の合同をもとに、確かめる。(C)
- 条件が同じで異なる図の証明を読むことで新たな性質を見いだしたり、図や証明の一般性について考えたりする。(D2)

【7時間】※斜体は本時


問い もとの三角形を移動させてできる特別な三角形は、どんな特徴があるのだろうか?



- 直角三角形を移動させ、組み合わせることができる図形を観察し、二等辺三角形の性質や三角形にどんな条件が加わると二等辺三角形といえるか考える。(A2)
- 二つの直角三角形の合同について、三角形の合同条件をもとに考える。(D2)
- 三角形の内角の二等分線の交点を考えることを通して新たな性質を見だし、説明する。(内心) (D2)
- 点対称な四角形を対角線で折り返した図形を観察することで二等辺三角形を見だし、説明する。(A2)

【10時間】

問い もとの三角形を移動させてできる特別な四角形は、どんな特徴があるのだろうか?

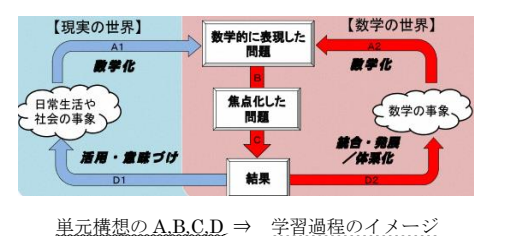


- 二等辺三角形を移動させ、組み合わせることができる四角形を観察し、平行四辺形の性質や、四角形にどんな条件が加わると平行四辺形といえるか考える。(A2)
- 平行四辺形の対角線の交点を通る直線とそれによって分割される図形の証明から平行四辺形の新たな性質を考える。(D2)
- 推論の過程が異なるいくつかの証明を読んで、より簡潔・明瞭な証明の仕方を考える。(C)
- 長方形、ひし形、正方形と平行四辺形との関係をつまみ、対角線の性質についてその逆が正しいかどうか考える。(A2)

【3時間】

問い 日常の問題を、図形の性質を用いて解決できないだろうか?

- 間に池があって直接測ることのできない二地点A, B間の距離を三角形の合同から考える。(紀元前六世紀ごろの話) (A1)
- スライド式の工具箱の上の段と下の段が平行に動くようにするためにアームをどのように取り付ければよいのかアームと留め具を線分や点として捉え、できた四角形から仕組みを考える。(A1)
- 二つの土地の面積を変えずに折れ線の部の境界線を直線にする方法を考える。(C)



【知】 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。

【知】 証明の必要性と意味及びその方法について理解している。

【知】 定義や命題の仮定と結論、逆の意味を理解している。

【思】 三角形の合同条件を用いて、二つの三角形が合同であるかどうかを確かめることができる。

【思】 図形の性質などを証明するために、構想や方針を立てることができる。

【主】 証明の必要性と意味及びその方法を考えようとしている。

【知】 命題の仮定や結論などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。

【知】 二等辺三角形の性質を理解している。

【知】 直角三角形の合同条件とその必要性を理解している。

【思】 三角形の合同条件などを基にして三角形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。

【思】 証明を読んで新たな性質を見だし表現することができる。

【知】 三角形の合同条件などをもとにして平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめ説明することができる。

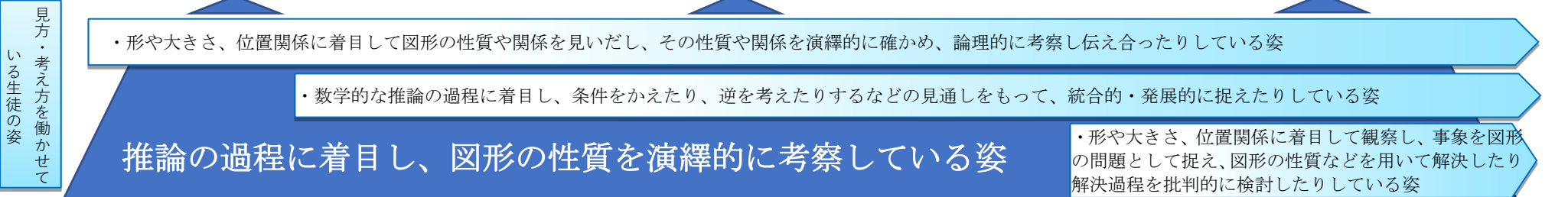
【知】 正方形、ひし形、長方形が平行四辺形の特別な形であることを理解している。

【思】 平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用することができる。

【主】 平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

【思】 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用することができる。

【主】 図形の合同について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。



【本時の目標】 図形の観察を通して推測したことを、論理的に考察し表現することができる。(12/26時間)

【本時における数学的な見方・考え方】 図形の構成要素や対称性に着目し、帰納的に見いだした図形の性質や関係を論理的に考察する。

1/15 ひし形

- 4つの辺がすべて等しい四角形
- 対角線が垂直に交わっている
- 向かいあっている辺が平行(平行四辺形)
- 線対称、点対称

線対称... 同じ方向に(鏡) (たこ形) 同じ長さだけ移動

点対称... 逆方向に (平行四辺形) 同じ長さだけ移動

問題

点対称な四角形を対角線で折ると、どんな図形ができる?

- $\triangle ABC \equiv \triangle CDA \equiv \triangle AEC$?
- $\triangle AEF \equiv \triangle CDF$?
- $\triangle FAC$ は二等辺三角形? (重なった部分)

めあて

重なった部分が、いつでも二等辺三角形になるのか説明しよう。

<解決の見通し>

$$FA = FC, \angle FAC = \angle FCA$$

$$\triangle AEF \equiv \triangle CDF, \triangle CDA \equiv \triangle AEC$$

どの合同条件? 辺や角が等しい根拠?

まとめ

点対称な四角形を対角線で折ると、重なる部分は、いつでも二等辺三角形になる。
※点の軌跡に着目して考えることも大切。

証明

$\triangle AEF$ と $\triangle CDF$ において

◎深い学びの実現に向けた「問題」と「めあて」の工夫

数学の問題発見・解決の過程のうち、数学的に表現した問題を生徒に見出させるために、数学ソフトウェアを用いて頂点を動かし、既習の線対称・点対称を動的に観察する。そこで、今まで別々のものと捉えていた線対称と点対称を組み合わせて考えるとどうなるのか問いかけることで「問題」につなげたい。図形を観察することで、合同な三角形の組や重なる部分が二等辺三角形であると予想し、いつでも成り立つのか、図形を再度動的に見せることで、「めあて」につなげていきたい。

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て

数学ソフトウェアを用いて頂点を動かすことで、点の軌跡や図形の構成要素、位置関係に着目し図形を動的に観察させる。図形を観察することで、直観的に捉えた性質を演繹的に説明するために、前提条件である仮定、用いることができる性質、示したい結論を生徒から引き出し、解決の見通しを立てていきたい。また、対称性や三角形の合同、平行線の性質など着眼点によって証明の内容が異なるため、多様な見方を全体共有し、2時間を通して課題を解決していきたい。



<p>T 三角形の学習の導入で、直角三角形を移動させてできる図形について考えました。どんな移動を考えた時に、どんな四角形ができましたか?</p> <p>S 回転移動させると長方形ができました。</p> <p>S 対称移動させるとたこ形ができました。</p> <p>T これまでは移動により作られた三角形について学習してきたので、今日は四角形について考えたいと思います。この四角形※は何? ※テレビ画面</p> <p>S ひし形です。</p> <p>T ひし形にはどのような特徴がありますか?</p> <p>S 四つの辺がすべて等しい四角形です。</p> <p>S 対角線が垂直に交わっています。</p> <p>S 平行四辺形に似ていて、向かい合う辺が平行になっています。</p> <p>S 線対称や点対称な図形です。</p> <p>T いろいろな特徴がありますね。線対称な図形というのは、なぜ分かった?</p> <p>S 二本の対角線が対称の軸になっていて、その軸で折ると重なるから。</p> <p>T ということは、対称の軸によって分けられた二つの三角形はどんな関係?</p> <p>S 合同です。</p> <p>T ひし形なら、いつでも線対称になっていて、対称の軸で分けられた部分は合同になっている? ※テレビ画面で点B,Dを左右に動かして様々なひし形を確認</p> <p>S はい。</p> <p>T では、点A,Cは固定して点B,Dを動かしたとき、この他にどんな四角形ができますか?</p> <p>※個人思考</p> <p>S はい。点B,点Dを同じ長さだけ上下に動かしたりするとできます。</p> <p>S 上下じゃなくても、鏡に映ったような動き方をすれば良いと思う。</p> <p>T 対称の軸までの距離が等しい場所に2点を取れば良いようですね。ちなみに、この四角形は?</p> <p>S たこ形です。</p> <p>T 線対称な図形を作った後は、どんな図形を作ってみる?</p> <p>S 点対称。</p> <p>T 点対称な図形は、点をどのように動かしたらできる?</p> <p>※個人思考</p>	<p>S 点B,点Dを同じ長さだけ逆方向に動かすとできます。</p> <p>T この四角形が点対称な図形かどうかは、どうすれば分かる?</p> <p>S 対角線の交点を中心に180°回転させた時に、ぴったり重なれば点対称だと言えます。</p> <p>T 確認してみましょう。ぴったり重なりましたね。ちなみに、この四角形を対角線ACで折ったら、どうなる?</p> <p>S (線対称じゃないから)ぴったり重ならない。</p> <p>T 点対称な四角形(平行四辺形)を対角線で折ると、どのような図形ができると思う?</p> <p>問題 点対称な四角形を対角線で折ると、どんな図形ができる?</p> <p>※動いている図形を観察しながら、個人&グループ思考(2分)</p> <p>S ①$\triangle ABC$と合同な三角形が二つあると思います。</p> <p>S ②はみ出た部分も合同な三角形だと思います。</p> <p>S ③重なった部分が二等辺三角形じゃないかな?</p> <p>T 点対称な四角形を折ると、いつでも二等辺三角形になるの?</p> <p>S ...分からない。</p> <p>めあて 重なった部分が、いつでも二等辺三角形になるのか説明しよう。</p>	<p>T まずは、解決の見通しを共有しましょう。二等辺三角形かどうかは何が言えればいいの?</p> <p>S 二辺が等しいか二角が等しいか言えれば良いと思う。</p> <p>T 二等辺三角形の定義や二等辺三角形になるための条件ですね。二辺や二角が等しいことを言う為には、どうすればいい?</p> <p>※個人思考→グループ思考</p> <p>S 二辺が等しいことを言うためには②が言えれば良いのではないかな?</p> <p>S 二角が等しいことを言うためには①が言えれば良いと思う。</p> <p>T どちらも二つの三角形が合同であることを証明できれば、重なる部分が二等辺三角形だと言えそうですね。どっちで考える?</p> <p>S 二辺で考えたい。</p> <p>T まずは、二辺が等しいことを考えていきましょう。どんな合同条件に当てはまりそう? どの辺や角の組が等しいと言えるのかな? 仮定は何か?</p> <p>※個人&グループ思考(2分)</p> <p>T 仮定と結論を確認しましょう。</p> <p>S 結論は$FA=FC$です。</p> <p>S 仮定は、四角形ABCDが点対称な図形、四角形ABCEが線対称な図形ということです。</p> <p>T 仮定から等しい角や辺がいろいろ分かりそうですね。では、証明を考えてみましょう。</p> <p>※個人&グループ思考(5分)→代表者板書(3分)</p> <p>T 説明をお願いします。</p> <p>※代表者発表</p> <p>T 質問などはありますか?</p>	<p>T 今日の授業を振り返りましょう。重なる部分が二等辺三角形であることは、どんなことを利用すると証明できましたか?</p> <p>S 合同な三角形を見つけ、その対応する辺の長さや角の大きさが等しいことを利用して、証明できました。</p> <p>T 証明できたことで、どんな点対称な四角形(平行四辺形・ひし形・長方形・正方形)でも対角線で折ると、重なる部分は二等辺三角形だと言えますか?</p> <p>S 言える。</p> <p>T では、まとめましょう。</p> <p>まとめ</p> <p>点対称な四角形を対角線で折ると、重なる部分はいつでも二等辺三角形になる。 ※点の軌跡や対称性、合同に着目して考えることも大切</p> <p>T 二角が等しいことの証明もできそう?</p> <p>S 証明できそう。</p> <p>T いろいろな考え方ができそうですね。今$\triangle FAC$が二等辺三角形だとわかったんだけど、他に気づくことはない?</p> <p>S 点Fが真横にしか動いていない。</p> <p>T 言い換えると?</p> <p>S ACの垂線上を動いているのかな?</p> <p>T 点FがACに対する垂直二等分線上にあるから、$FA=FC$になるのですね。</p>
<p>留意点 指導上の</p> <p>・数学ソフトウェア上で点や図形を動かすことによって、一般的に成り立つことを直感的に捉えさせる。</p>	<p>・重なった部分に着目させるために、数学ソフトウェア上で図形を動かして全体の図形を観察させる。</p>	<p>・二等辺三角形であることを示すためにはどうすればよいかの見通しを持たせる。 ・仮定と結論を明確にし、対称性から等しい辺や角に着目させるようにする。</p>	<p>・点Fがどのような位置になる点なのかということに着目させ、図形の見方をさらに広げる。</p>
<p>規 評 準 備</p>			
<p>・【思・判・表】三角形の合同条件などを基にして三角形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。</p>			

※ 「主体的・対話的で深い学び」を実現するための実践研究事業においては、学習指導要領(平成29年3月告示)に基づいた授業づくりを行っているため、育成すべき資質・能力の3本柱による目標及び評価を設定しています。