

研究主題 「深い学びの実現に向けた学習過程の工夫」～数学科を軸とした各教科における見方・考え方を働かせた授業づくりを通して～

単元を貫く問い 日常や社会にある数量の関係を比例・反比例として捉え、未知の数量を予測するにはどうすればよいだろう？～表・式・グラフを用いて対応の様子を表現することを通して～

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(・)

【小学校第6学年まで】

◆伴って変わる二つの数量の関係を見いだして、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見いだすとともに、それらを日常生活に生かす力。

・比例、反比例

本単元の目標

学びに向かう力、人間性等

比例、反比例について、数学的活動の楽しさや数学の良さに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度を身に付ける。

単元終了時のめざす生徒の姿

・具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例・反比例とみなし、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。

・表、式、グラフを用いて、比例・反比例を用いた問題解決の過程やその結果を表現したり説明したりできる。

・問題解決の過程やその結果を振り返って検討しようとしている。

思考力・判断力・表現力等

数量の変化や対応に着目して関数関係を見だし、その特徴を表、式、グラフなどで考察し、表現する力を身に付ける。

知識及び技能

比例と反比例についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現したりする技能を身に付ける。

この単元からつながっている領域の付きたい力(◆)と内容(・)

【第2学年】

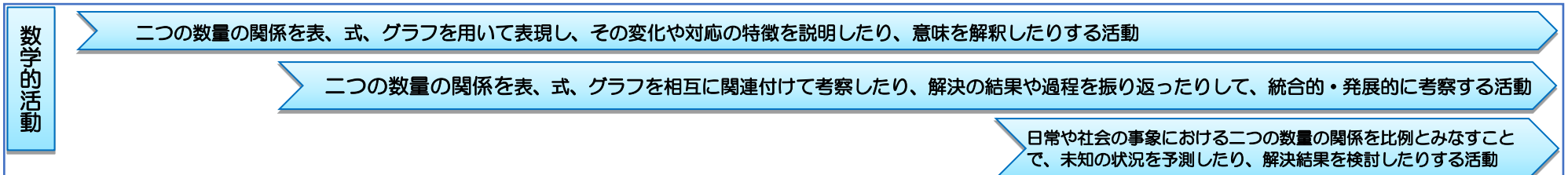
◆具体的な事象について、伴って変わる2つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして一次関数とみなし、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。

◆表、式、グラフを用いて、一次関数を用いた問題解決の過程やその結果を表現したり説明したりできる力。

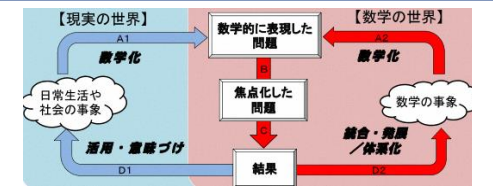
・一次関数      ・変化の割合

生徒の実態と指導観

本単元では、数学的活動を通して、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出し、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにすることがねらいとされている。このねらいを踏まえ本単元では、まずこれまで学習してきた比例や反比例を関数として捉え直すとともに、1章で数の範囲を負の数まで拡張したことで、関数の学習においても変域や比例定数が負の数を含む有理数まで拡張し、2章で数量や数量の関係を文字の式で表す学習を基に、比例や反比例などの特徴を式により定義し、式により比例、反比例の性質を一般的に考察する。また、表、式、グラフの関連に着目しながら、比例、反比例の特徴について理解を深めるとともに、具体的な事象を捉える際にこれらを用いて説明することができるようにする。その際、厳密には比例、反比例ではないが、その関係を理想化・単純化したりして比例、反比例と見なすことによって変化や対応の様子に着目して未知の状況を予測できることを理解し、事象に即して変数の変域に留意し問題解決に活用できる力を培っていききたい。



<p><b>【3時間】</b></p> <p><b>問い</b> 直接測ったり、求めたりせずに値を予測するには、どうすればよいのだろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●並んでいる人数や一人にかかる時間から、待ち時間を予想し、何を根拠として予想しているのか説明する。(A1)</li> <li>●(一人が買う時間を一定と考える)</li> <li>●空のプールに水を入れ始めてからの経過時間と水の深さの関係を考える中で、事象を理想化・単純化して関数の意味や変数、変域について考える。(A1)</li> <li>●(一分間に入る量は一定と考える)</li> <li>●色々な事象を表や式で表し、関数関係にあるのか判断する。(B)</li> </ul>	<p><b>【7時間】</b></p> <p><b>問い</b> 比例は、どんな特徴を持った関数なのかな？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●時間と道のりの関係を表や式で表すことで比例を捉え直し、比例の特徴を考える。(速さを一定と考える)(C)</li> <li>●xの変域や比例定数を負の数まで広げ、比例の性質や表、式、グラフの形が今までの形とどのように変わるのか考える。(D2)</li> <li>●平面上にある点の位置を、2つの数直線を基にして、どのように表現すればよいか考える。(A2)</li> <li>●二つの数量関係が比例関係であるとき表、式、グラフを相互に関連付けて比例定数がどこに表れているのか考える。(D2)</li> <li>●AとBの速さを変えて、何分後にどれだけ離れているのか考える。(D1)</li> </ul>	<p><b>【5時間】</b></p> <p><b>問い</b> 反比例は、どんな特徴を持った関数なのかな？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●速さと時間の関係を表や式で表すことで反比例を捉え直し、反比例の特徴を考える。(速さを一定と考える)(C)</li> <li>●xの変域や比例定数を負の数まで広げ、反比例の性質や表、式、グラフの形が今までの形とどのように変わるのか考える。(D2)</li> <li>●二つの数量関係が反比例関係であるとき表、式、グラフを相互に関連付けて比例定数がどこに表れているのか考える。(D2)</li> </ul>	<p><b>【5時間】 ※斜体が本時</b></p> <p><b>問い</b> 日常や社会の事象の問題を、比例や反比例を用いて解決できないだろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>●シュレッダーごみがA4のコピー用紙何枚分か調べる方法を考える。(A4一枚の重さを一定と考える)(A1)</li> <li>●竿ばかりで重さを測る方法を、天秤の支点から左と右につるしたおもりと距離の関係から考える。(A1)</li> <li>●紙バックの枚数を厚さや重さに着目し、紙バック1枚の誤差から、合計枚数について検討する。(D1)</li> <li>●どのように地震が来る前にゆれを予測しているのか、距離と時間の関係を理想化したり単純化したりすることで比例とみなし、解決過程を振り返ってその方法を説明する。(D1)</li> </ul>
---	---	--	--



評価規準

【知】 関数関係や変数、変域の意味を理解し、関数関係を、表やグラフなどで表すことができる。

【思】 具体的な事象の中にある二つの数量の関係を表した表やグラフなどを基にして、変化や対応の様子を捉え表現することができる。

【知】 比例、反比例の意味を理解し、比例、反比例の関係を式で表すことができる。

【思】 具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、比例、反比例の関係として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。

【思】 比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだすことができる。

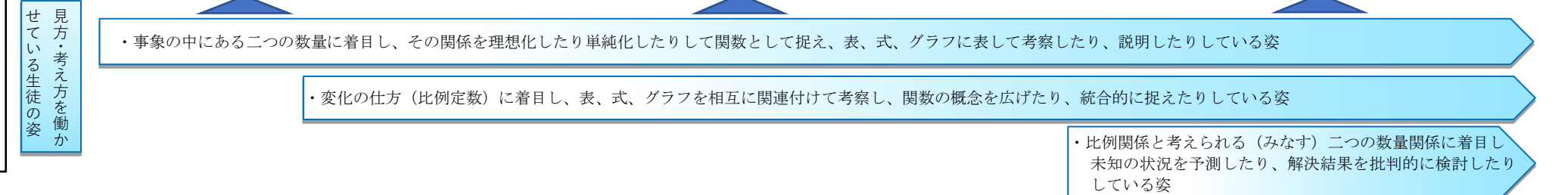
【主】 比例、反比例の変化や対応の特徴を、表、式、グラフなどを用いて見いだそうとしている。

【思】 具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例、反比例とみなし、表、式、グラフを用いて、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。

【思】 変域を意識しながら事象を捉え考察し、表現できる。

【知】 比例、反比例を用いて問題解決する方法を理解している。

【主】 比例、反比例を用いて解決した結果を事象に戻して解釈したり、検討したりしようとしている。



※ 数学的活動と見方・考え方を働かせる生徒の姿は、それぞれ対応させています。

**めあて**  
データから2つのグラフをかいて交点を求めよう

**まとめ**  
2つのグラフの交点から地震発生時刻と震源地までの距離がわかる  
比例定数をもとにグラフを伸ばせば交点の座標がわかる  
比例を考えればグラフを伸ばせば

時刻(P)	2	5	10
時刻(S)	4	8.5	16
距離	18km		30km

Q. B地点からの距離は?  
48km (8秒前)  
10:39'37"

【理科と数学の関連】

<理科1> (地震の仕組み)  
P波、S波、波は同心円状に広がりスピードが一定で比例であることを学習する。

<数学1> (緊急地震速報)  
比例とみなした根拠を明確にし、地震が来る時刻を予測する。

<理科2> (地震の仕組み②)  
初期微動継続時間やP波やS波の速さを求める。

<数学2> (震源地を予測)  
初期微動継続時間やP波、S波の速さを基に、グラフを利用して、震源地を予測する。

◎深い学びの実現に向けた「問題」と「めあて」の工夫  
緊急地震速報があることで揺れることが分かり、心の準備や避難する時間をできるので、近い将来自分達が経験するであろう南海トラフ地震にも大変有効である。でも「なぜ揺れがくること」「震源地までの距離」がすぐに分かるのかという疑問(問題)を持つことで主体的な学びに繋げていきたい。そして、地震をテーマにして理科と連携を取りながら疑問を解いていくように構想した。数学科では2時間扱いで行い、1時間目は「なぜ揺れがくるのが予測できるのか」について過去のデータから、揺れを起こす2つの波の速さについて考えることで「波の伝わる時間と距離が比例しているのか」というめあてのもと考えていく。そして、本時では「震源地までの距離がなぜわかるのか」について、「比例とみなし、2本のグラフの交点を求める」というめあてを引き出し、現実の場面(震源地)と数学で処理したこと(交点)を関連付けながら学習をしていくことで、深い学びの実現を目指していきたい。

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て  
本時では、前時の学習を活かして比例関係と考えられる数量関係に着目することが前提となる。そのことを踏まえ整理されていないデータを与えることで、震源地から近い観測計に着目して表をつかったり、グラフをかいたり数学的に表現・処理することが大切になってくる。また、2本のグラフの交点の座標が震源地を表すことや、その距離をグラフから読み取る必要があるため、交点の座標と震源地までの距離を関連付けて考えることも大切にしていきたい。

問題・めあての共有

グラフを用いて問題を解決

まとめ・振り返り

T 緊急地震速報をからどんな疑問をみんなは持ったか覚えてますか?  
S 「揺れが来るのがなぜわかるのか」と「震源地までの距離がなぜわかるのか」という疑問を持ちました。  
T 前回の授業ではどんなことを考えましたか。  
S 「揺れが来るのがなぜわかるのか」を考えました。  
T なぜ分かるのですか。  
S P波とS波の伝わる速さを一定と考えることで、伝わる時間と距離を比例とみなして考えました。  
S P波の伝わる速さは秒速6km、S波の伝わる速さは秒速4kmと考えました。  
S データからP波とS波のグラフをかいて、それを伸ばして読み取ることから分かりました。  
(\*前時のグラフを使って説明)

T では、今日は何を考えますか?  
S 「震源地までの距離がなぜわかるのか」を考えます。

問題: 震源地までの距離がなぜわかるのだろうか?

\*個人思考 (前時のグラフをみながら、どんな考えを使うのか、グラフのどこが分かればいいのか)

T 震源地までの距離をどうやって求めているのだろうか?  
(\*前時のグラフを使って説明)  
S いくつかの地点のデータから求めている。  
S 比例を使って求めている。  
S P波とS波のグラフをかいて、交わったところが震源地なので、交点を求めている。

T データがあればいいということですが、どんなデータが必要ですか?  
S いくつかの地点の震源地からの距離のデータです。  
S いくつかの地点に震源地からP波とS波がくる時間のデータです。  
S でも震源地が分からないのでP波とS波がくる時間や距離は分からないと思うけど...  
S 最初に観測した地震計と次に観測した地震計のデータがあれば分かるかもしれない。  
S 地震計のデータから地震を観測した時刻と初期微動継続時間が分かるね。

\* データを配布する(地図上に4つくらいの観測計があり、2つの波が到達した時刻が記されているもの)  
\* どんなデータが必要か分からない場合は、そのままデータを提示し、実際の状況を作る。

めあて: データから2つのグラフをかいてその交点を求めよう。

\*個人思考 (配布するグラフ用紙は軸なし、目盛りなし)

S データをみてもどうすればいいか分からない。  
S 時刻なのでグラフが書けない。  
T このデータをどうすればグラフがかけられるように整理できるでしょう。  
S 表にすればグラフがかけそう。  
S どの地点が震源地から一番近いのかな。

<いくつかの地点から考える場合>  
S 2つの地点でのP波とS波の時刻から点を取り、比例とみなして2本の直線をひき、それを伸ばしていけば交点が求められる。

<1つの地点から考える場合>  
S 前時で、P波とS波も比例とみなせたので、1つの地点の点から比例定数を基に2本の直線をひき、それを伸ばしていけば交点が求められる。

T 2本のグラフから交点を求めることができました。  
T では、四万十市から震源地までの距離はどれくらいですか?

Q 四万十市から震源地までの距離は?

\*個人思考

S データにもグラフにも距離がないから分からない。  
S でもP波とS波の速さは分かっている。  
S 2つの地点の時間も分かっているから距離が求められるかも。  
S (速さ) × (時間) で距離は求められるね。

T 今日の時間を振り返ってみると、どのようにして震源地までの距離を求めているとわかりますか。  
S いくつかの地点のデータを使って求めている。  
S 比例をつかって、P波とS波のグラフをかき、その交点を求めることで、震源地までの距離を求めている。  
S P波とS波の速さを一定と考えることで、比例を使って考えた。

まとめ  
・2つのグラフの交点から地震発生時刻と震源地までの距離がわかる。  
・比例定数を基にグラフを書くことで解決できた。  
・比例と考えることでグラフ(直線)を伸ばして考えることができる。

<指導上の留意点>  
・震源地を求めるには、比例とみなすことやグラフの交点を読み取ればよいことに気付かせる。

<指導上の留意点>  
・2つのグラフをかくには、データが必要なことや震源地がわからないために各地点に揺れが何秒で到達したかや距離は分からないことに気付かせ、最初に揺れを観測した地点と他の地点で観測した時間の差に着目したり、いくつかの地点の初期微動継続時間に着目したりすればよいことに気付かせる。

<指導上の留意点>  
・比例とみなすことで、2本の直線をひくことができ、交点を求めることができることに気付かせる。  
・グラフの傾き(比例定数)から、距離の検討がつけられることに気付かせる。

<指導上の留意点>  
・緊急地震速報は、2つの波の伝わる速さを一定と考えることで比例とみなし、グラフを伸ばして先のことを予想したり、交点を求めることで震源地を求めたりしていることを振り返る。

評価規準  
・【思・判・表】具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例なしグラフを用いて、未知の状況を予測することができる。