

研究主題 「深い学びの実現に向けた学習過程の工夫」～数学科を軸とした各教科における見方・考え方を働かせた授業づくりを通して～

単元を貫く問い 日常や社会にある数量の関係を比例・反比例として捉え、未知の数量を予測するにはどうすればよいだろうか？～表・式・グラフを用いて対応の様子を表現することを通して～

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(・)

【小学校第6学年まで】

◆伴って変わる二つの数量の関係を見いだして、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見いだすとともに、それらを日常生活に生かす力。

・比例、反比例

学びに向かう力、人間性等

比例、反比例について、数学的活動の楽しさや数学の良さに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度を身に付ける。

単元終了時のめざす生徒の姿

- 具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例・反比例とみなし、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。
- 表、式、グラフを用いて、比例・反比例を用いた問題解決の過程やその結果を表現したり説明したりできる。
- 問題解決の過程やその結果を振り返って検討しようとしている。

思考力・判断力・表現力等

数量の変化や対応に着目して関数関係を見だし、その特徴を表、式、グラフなどで考察し、表現する力を身に付ける。

知識及び技能

比例と反比例についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現したりする技能を身に付ける。

この単元からつながっている領域の付けたい力(◆)と内容(・)

【第2学年】

◆具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして一次関数とみなし、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。

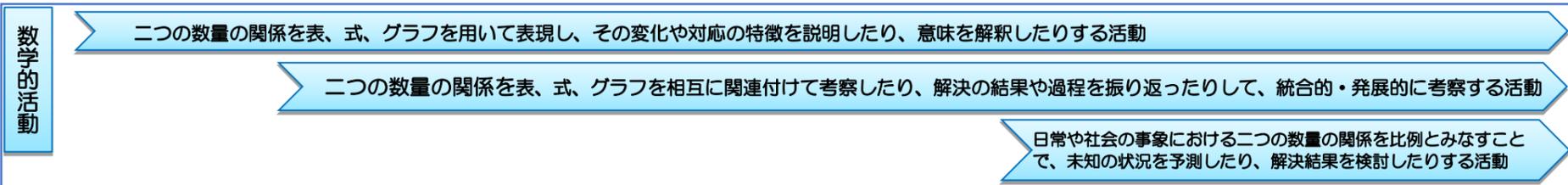
◆表、式、グラフを用いて、一次関数を用いた問題解決の過程やその結果を表現したり説明したりできる力。

・一次関数 ・変化の割合

生徒の実態と指導観

本学級の生徒は、何事に対しても好奇心が高く、授業においても「なぜだろう」「どうすればいいだろう」と疑問を持ちながら、自分たちなりの考えをもって取り組もうとする。数学の問題に対しても意欲的に取り組むことはできるが、数や式における基礎的・基本的な理解や技能が十分定着していないために、問題解決の過程でつまづいてしまい、結果を自分たちで見いだせないことも多い。関数については、表や式、グラフの特徴から関数関係を判断することや、式からグラフをかいたり、グラフから式を導き出したりすることについては徐々にできるようになってきた。しかし、一点の座標から比例定数を自分で求め式を導くなど、目的に応じて表、式、グラフを使い分け、解決方法を他者に説明したりすることには弱さがある。そのため、自分の考えに自信が持てず、授業など全体の中で説明することに対して消極的な姿がみられる。

本単元では、数学的活動を通して、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出し、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにすることがねらいとされている。このねらいを踏まえて本単元では、まずこれまで小学校で学習してきた比例や反比例を関数として捉え直すとともに、1章で数の範囲を負の数まで拡張したことを踏まえ、関数の学習においても変域や比例定数が負の数を含む有理数まで拡張するとともに、2章での数量や数量の関係を文字の式で表す学習を基に比例や反比例を式により定義し、比例、反比例の性質を一般的に考察する。また、表、式、グラフの関連に着目しながら、比例、反比例の変化や対応の特徴を考察し、その理解を深めるとともに、具体的な事象を捉える際にこれらを用いて説明することができるようにする。その際、厳密には比例、反比例ではないが、その関係を理想化・単純化したりして比例、反比例とみなすことによって変化や対応の様子に着目して未知の状況を予測できることを理解し、事象に即して変数の変域に留意し問題解決に活用できる力を培っていきたい。



数学的活動

問い 【3時間】

直接測ったり、求めたりせずに値を予測するには、どうすればいいのだろうか？

- 並んでいる人数や一人にかかる時間から、待ち時間を予想し、何を根拠として予想しているのか説明する。(A1)
- (一人が買う時間を一定と考える)
- 空のプールに水を入れ始めてからの経過時間と水の深さの関係を考える中で、事象を理想化・単純化して関数の意味や変数、変域について考える。(A1)
- (一分間に入る量は一定と考える)
- 色々な事象を表や式で表し、関数関係にあるのか判断する。(B)

問い 【7時間】

比例は、どんな特徴を持った関数なのかな？

- 時間と道のりの関係を表や式で表すことで比例を捉え直し、比例の特徴を考える。(速さを一定と考える)(C)
- xの変域や比例定数を負の数まで広げ、比例の性質や表、式、グラフの形が今までの形とどのように変わるのか考える。(D2)
- 平面上にある点の位置を、二つの数直線を基にして、どのように表現すればよいか考える。(A2)
- 二つの数量関係が比例関係であるとき表、式、グラフを相互に関連付けて比例定数がどこに表れているのか考える。(D2)
- AとBの速さを変えて、何分後にどれだけ離れているのか考える。(D1)

問い 【5時間】

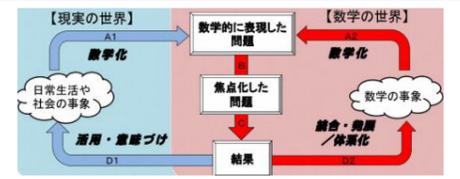
反比例は、どんな特徴を持った関数なのかな？

- 速さと時間の関係を表や式で表すことで反比例を捉え直し、反比例の特徴を考える。(速さを一定と考える)(C)
- xの変域や比例定数を負の数まで広げ、反比例の性質や表、式、グラフの形が今までの形とどのように変わるのか考える。(D2)
- 二つの数量関係が反比例関係であるとき表、式、グラフを相互に関連付けて比例定数がどこに表れているのか考える。(D2)

問い 【5時間】 ※斜体が本時

日常や社会の事象の問題を、比例や反比例を用いて解決できないだろうか？

- シュレッダーごみがA4のコピー用紙何枚分か調べる方法を考える。(A4一枚の重さを一定と考える)(A1)
- どのように地震が来る前にゆれを予測しているのか、距離と時間の関係を理想化したり単純化したりすることで比例とみなし、解決過程を振り返ってその方法を説明する。(D1)
- 竿ばかりで重さを測る方法を、天秤の支点から左と右につるしたおもりと距離の関係から考える。(A1)
- 紙バックの枚数を厚さや重さに着目し、紙バック1枚の誤差から、合計枚数について検討する。(D1)



【知】 関数関係や変数、変域の意味を理解し、関数関係を、表やグラフなどで表すことができる。

【思】 具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、比例、反比例の関係として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。

【思】 比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだすことができる。

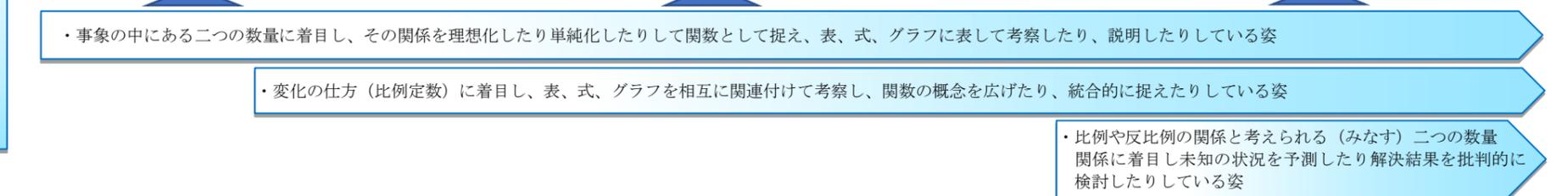
【主】 比例、反比例の変化や対応の特徴を、表、式、グラフなどを用いて見いだそうとしている。

【思】 具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例、反比例とみなし、表、式、グラフを用いて、その事象の特徴を捉えたり、結果を予測したりすることができる。

【思】 変域を意識しながら事象を捉え考察し、表現できる。

【知】 比例、反比例を用いて問題解決する方法を理解している。

【主】 比例、反比例を用いて解決した結果を事象に戻して解釈したり、検討したりしようとしている。



【本時の目標】 事象や目的に照らして適切な関係を見だし、比例を用いて予測することができる。(17/20時間)

【本時における数学的な見方・考え方】 事象や目的に照らして、グラフを決めたり解釈したりする。

【理科と数学の関連】

理科1 地震の仕組み①
波にはP波、S波の二つがあり、同心円状に広がり、スピードが一定で比例であることを学習する。

数学1 地震の到達時刻を予測
比例とみなした根拠を明確にし、地震が来る時刻を予測する。

理科2 地震の仕組み②
初期微動継続時間の長さと震源地からの距離の関係性を学習する。

数学2 震源地を予測
初期微動継続時間やP波・S波の速さを基に、グラフから震源地を予測する。

◎深い学びの実現に向けた「問題」と「めあて」の工夫

近い将来、南海トラフ地震が起こることが予測されており、「地震」は生徒にとって自分事として捉えやすい事象である。また、緊急地震速報により最適な避難行動を判断し、安心・安全に避難することができるという緊急地震速報の有用性から比例を学ぶ価値も実感できると考えた。そこで、理科の授業において地震の仕組みなど定性的に考察した後、数学では「S波が到達する時間はどれくらい？」という問題を設定し、定量的に考察して問題解決を図る教科等横断的な授業を構想した。その際、南海トラフ地震を想定したデータから、理科で学習した比例関係を基に、地震発生から観測地までの時間や震源地からの距離の関係に着目し、「S波が四万十市にくる時間を予測する方法を考えよう」という「めあて」のもと考えていく。さらに緊急地震速報では、発生直後に「震源地がなぜ分かるのか」という問いから問題・めあてを設定するなど、理科で学んだ性質を数学的な見方・考え方を働かせて解決していく授業をスパイラルに組み立てることで、深い学びの実現を目指していきたい。

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て

本時では、地震が発生して観測地に揺れが到達するまでの時間と距離という二つの数量に着目し、その関係を数理的に捉えるために、表・式・グラフを用いて考察していくプロセスを大切にしたい。その中で、データを表に整理する仕方や表から関係が分かりづらい時はグラフに表せばいいことや、既習事項を用いて比例と考えた後、どの直線を用いるのかは目的に応じて決定する必要があることなど、方法知も獲得させたい。

問題・めあての共有

表・式・グラフを用いて問題を解決

まとめ・振り返り

T この映像を見て下さい。
(地震の映像を見せる)
T 理科でもやったと思いますが、地震の仕組みで知っていることはありますか。
S 縦揺れと横揺れがある。
S P波とS波がある。
S 2つの波は同心円状に広がっている。
S 波の伝わる速さは、ほぼ一定である。
T 近い将来、南海トラフ地震もくると言われているので怖いですね。(緊急地震速報を流す)
T 何が流れた？
S 緊急地震速報です。
T 緊急地震速報はP波とS波のどちらがくることを知らせてくれる？
S S波です。
T 緊急地震速報が流れたらみんなはどんな行動をする？
S 机の下にかくれる。逃げる。火をけす。大事なものを取りに行く。
S S波がくるまでの時間によって行動が変わると思う。

問題：S波はどれくらいの時間でくるのだろうか？

T 今日は、もし南海トラフ地震がおきたら、四万十市にS波がどれくらいの時間でくるのか考えてみよう。
(南海トラフ地震の震源地がのった白地図を見せる)
T 四万十市にS波が来る時間を予測するには、他にどんなことが分かれば良いですか。
S 四万十市までの距離
S S波が伝わる速さ
T 速さは分からないので、他に速さを求めるためにはどんなことが分かれば良いですか。
S いくつかの地点までの距離とS波が伝わる時間(*データを配付する)

めあて：S波が四万十市(160km)にくる時間を予測する方法を考えよう。

*個人思考
【表での考察】
S 表で考えたけど、時間が2倍、3倍…になっても、距離が2倍、3倍…になっていないのでこの先が作れないので、求めることができない。
S 比例定数(y/x)が一定でないので、求めることができない。
T 表では予測するのが難しいようですね。どうしたらいいですか。
S グラフで考えてみたらいいのではないかと。
T なぜグラフの方がいいですか。
S 見た目でどんな関係か判断がしやすいからです。
T ではグラフで考えてみましょう。
(*グラフ用紙を全体で確認する)
T どうやって点をとっていきますか。
S 原点は震源地なので、表の点をとってあげれば良いと思います。
(*原点の意味や四万十市の位置、点の取り方を全体で確認する)
T では、グラフ用紙を配るので、四万十市にS波がくる時間を予測してみてください。

【グラフでの考察】
S 点の位置が一直線にならないから、グラフがかけず、関係も分からない。
S でも幅はあるけど一直線にも見えるから直線を引いてもいいのではないかと。
S 理科では、距離は時間に比例していると習ったので、直線を引いて考えてもいい。
S でも色々な直線が引けそう。

T ここまでを整理すると、理科で、距離は時間に比例することを学習しているし、点を見るとだいたい一直線とも見ることができるので、比例と考えても良さそうだけど、どこに直線を引くのかで迷っているということですね。

Q どこに直線を引けばいいの？
T どこに直線をひけばいいのかわからず自分で考えて、四万十市にS波がくる時間を予想してみてください。

*個人思考
S 真ん中の方に点が集まっているので、だいたい真ん中に直線を引くと、50秒になります。
T 「どうして、50秒と分かったのですか？」
S 「y軸上で160kmのときのx座標を読み取るとわかります。」
T 「そう見ればいいのですね。では、50秒以外の予想はないですか？」
S 上の方の点が集まっているように見えるので、そこに直線をひくと42秒になります。
T 50秒と42秒という予測がたちました。でもどんな避難行動をとるのかは時間によって変わってくるということでしたが、どちらでもいいですか。
*個人思考
S 真ん中に直線を引いた場合のほうが、点が多いし平均をとっているように思うので、この時間にくる確率が高いのでいいと思います。
S 時間があると思っていて、油断していたら大変なことになるので、予測はなるべく早く来ることを想定したほうがいいと思うので、上の方に直線を引いた方がいいと思います。

T では、このクラスの結論としては、どちらの予測方法を採用したらいいのかわかるとして、自分の考えをまとめて下さい。

予測する時間によって、とれる避難行動が変わってくるので、早くて42秒でくるという予測方法の方がいい。

・グラフからどのように四万十市にくる時間を予測したのかを説明させる。また、どの直線が妥当なのかを事象や目的に照らして考えさせる。

指導上の留意点
・緊急地震速報の有用性を確認するとともに、地震の揺れが来る時間によって避難行動が変わることを確認し、定性的な見方から定量的な見方へと見方をつなげる。

・表では関係を見だしにくい場合はグラフに表すと関係が分かりやすいことや、厳密には比例関係ではないが、理科の学習や点の位置関係から比例と考えられそうだとする事に気付かせる。
・データをプロットしたグラフ用紙を配付することで、二量の関係を考察したり最適な結果を見だしたりする時間を確保する。

・【思・判・表】具体的な事象について、伴って変わる二つの数量を取り出し、変化や対応の様子を調べ、理想化・単純化したりして比例とみなし、表・式・グラフを用いて、未知の状況を予測する方法を考えることができる。

評価規準

T 今日の授業を振り返ってみると、S波が四万十市にくる方法を予測するには、どのように考えてきましたか。
S データを見て、近い方から順番に表をつくりました。
S 表では、関係がよく分からなかったのがグラフに表しました。
S グラフから点が集まっていることや、理科で習ったことを使って、比例と考えました。
T データを表に整理しても関係が分かりづらいつきは、グラフに表すことが大切ですね。
T 比例と考えたので直線を引けば予測ができるということになったけど、困ったことがありましたね。
S どこに直線を引くのかに困りました。
T どれにするのかを考えると、大切にしたことは何ですか。
S 揺れがくる時間によって避難行動が変わるので、なるべく早く来ることを想定して考えました。

まとめ
表では関係性が分からないものでも、グラフは二量の関係が見やすくなる(わかりやすい)。
事象(問題場面)や目的に照らして、グラフを決める(傾き)ことが大事である。

T 今日は、比例の考えを使って予測したので、式でも表せますか？
S $y = 3.75x$ になります。
T この3.75は何を表していますか。
S S波の速さ。秒速3.75km。
T 地震の大きさにもよるけど、S波はだいたいこれくらいの速さでくるということですね。

・学習を振り返り、グラフの有用性や目的に応じて最適な直線を判断することの大切さなど予測するための方法知をまとめる。
・定式化した式の比例定数の意味を解釈する場面を設定する。