

中学校第 3 学年

数 学

注 意

- 1 先生の合図があるまで，冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は，1 ページから 21 ページまであります。
問題用紙の空いている場所は，下書きや計算などに使用してもかまいません。
- 3 解答は，全て「数学」の解答用紙に記入してください。
- 4 解答は，HB または B の黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い，濃く，はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄を黒く塗り潰してください。
- 6 解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には，定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は，裏にもあります。
- 9 調査時間は，50 分間です。
- 10 「数学」の解答用紙に，組，整理番号，性別を記入し，マーク欄を黒く塗り潰してください。

問題は、次のページから始まります。

1 a と b が正の整数のとき, 下のアからエまでの計算のうち, 計算の結果が正の整数にならないことがあるものはどれですか。正しいものをすべて選びなさい。

ア $a + b$

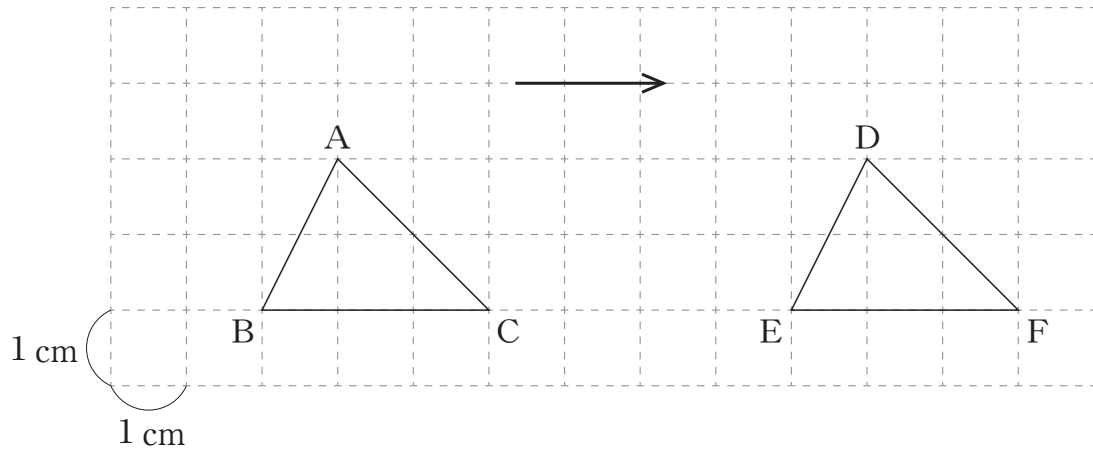
イ $a - b$

ウ $a \times b$


エ $a \div b$

2 連立方程式 $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = x - 5 \end{cases}$ を解きなさい。

- 3 下の図で、 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に平行移動したものです。 $\triangle DEF$ は、 $\triangle ABC$ を矢印の示す方向に何 cm 平行移動したものですか。その移動の距離を求めなさい。



- 4 下の表は、 y が x に反比例する関係を表したものです。 y を x の式で表しなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	3	6		-6	-3	-2	...

- 5 2枚の10円硬貨を同時に投げるとき、2枚とも表の出る確率を求めなさい。ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとします。

問題は、次のページに続きます。

- 6 健太さんの家では、冷蔵庫の購入を検討しています。健太さんは、冷蔵庫A、冷蔵庫B、冷蔵庫Cについて調べたことを、次のような表にまとめました。

健太さんが作った表

	冷蔵庫A	冷蔵庫B	冷蔵庫C
容量	400 L	500 L	500 L
本体価格	80000 円	100000 円	150000 円
1年間あたりの電気代	15000 円	11000 円	6500 円

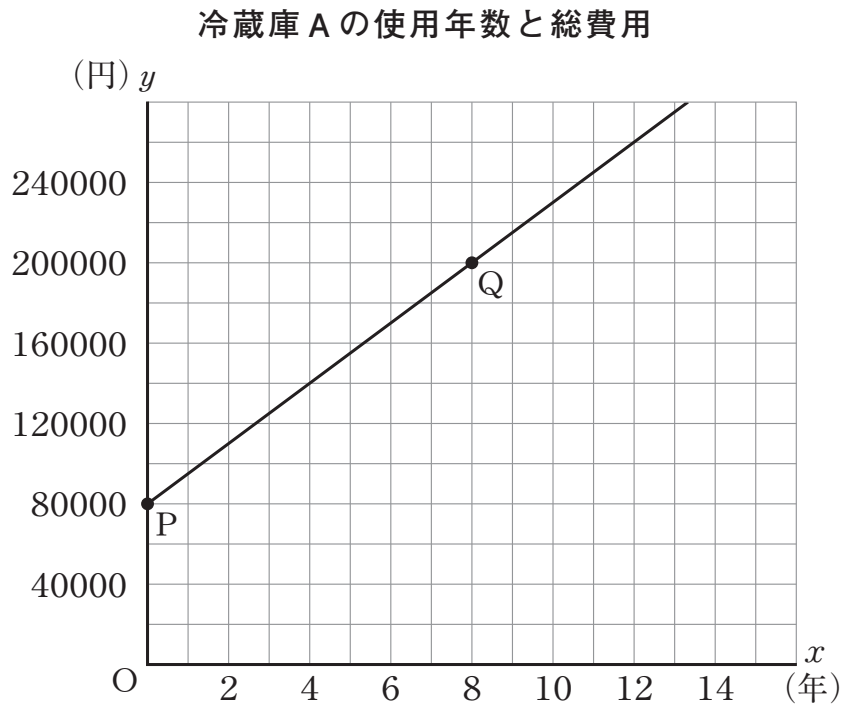
健太さんは、冷蔵庫A、冷蔵庫B、冷蔵庫Cについて、使用年数に応じた総費用を考えることにしました。そこで、それぞれの冷蔵庫において、1年間あたりの電気代は常に一定であるとし、次の式で総費用を求めることにしました。

$$(\text{総費用}) = (\text{本体価格}) + \left(\begin{array}{c} \text{1年間あたりの} \\ \text{電気代} \end{array} \right) \times (\text{使用年数})$$

例えば、冷蔵庫Aを購入して3年間使用するときの総費用は、 $80000 + 15000 \times 3 = 125000$ となり、125000 円です。

次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

- (1) 冷蔵庫Aを購入して x 年間使用するときの総費用を y 円とします。この x と y の関係を, 健太さんは次のような一次関数のグラフに表しました。



このグラフにおける x 座標が0である点をP, x 座標が8である点をQとします。点Pの y 座標と点Qの y 座標の差は, 冷蔵庫Aについての何を表していますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 本体価格
- イ 使用年数
- ウ 1年間あたりの電気代
- エ 購入してから8年間の電気代
- オ 購入して8年間使用するときの総費用

(2) 健太さんの家では、7ページの健太さんが作った表で、容量が500 Lである冷蔵庫Bと冷蔵庫Cのどちらかを購入することになりました。そこで、健太さんとお姉さんは、冷蔵庫を購入して x 年間使用するときの総費用を y 円として、冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用を比べてみることにしました。

健太さん「本体価格は冷蔵庫Cの方が高いので、最初のうちは冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が多いね。」
お姉さん「1年間あたりの電気代は冷蔵庫Cの方が安いので、使い続けると冷蔵庫Bより冷蔵庫Cの方が総費用が少なくなるね。」
健太さん「それなら、2つの冷蔵庫の総費用が等しくなるときがあるね。」

冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなるおよその使用年数を考えます。下のア、イのどちらかを選び、それを用いて冷蔵庫Bと冷蔵庫Cの総費用が等しくなる使用年数を求める方法を説明しなさい。ア、イのどちらを選んで説明してもかまいません。

ア それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表す式

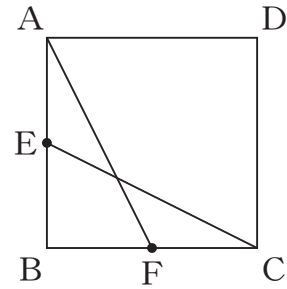
イ それぞれの冷蔵庫の使用年数と総費用の関係を表すグラフ



問題は、次のページに続きます。

- 7** 右の図1のように，正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとします。真由さんは，線分AFと線分CEについて，次のことを予想しました。

図1



予想1

正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると， $AF = CE$ になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 予想1が成り立つことは，次のように証明することができます。

証明

$\triangle ABF$ と $\triangle CBE$ において，
 正方形の4つの辺はすべて等しいから，
 $AB = CB$ ……①
 点E，Fはそれぞれ辺AB，BCの中点だから，①より，
 $BF = BE$ ……②
 共通な角だから，
 $\angle ABF = \angle CBE$ ……③
 ①，②，③より， がそれぞれ等しいから，
 $\triangle ABF \equiv \triangle CBE$
 合同な図形の対応する辺は等しいから，
 $AF = CE$

上の証明の に当てはまる言葉を書きなさい。

(2) 真由さんは、前ページの**予想1**の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えることを考え、次のことを予想しました。

予想2

平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとすると、 $AF = CE$ になる。

しかし、右の**図2**のような場合があることから、上の**予想2**が成り立たないことに気づきました。

図2には下の特徴があることから、**図2**を用いて**予想2**が成り立たないことを示すことができます。

図2

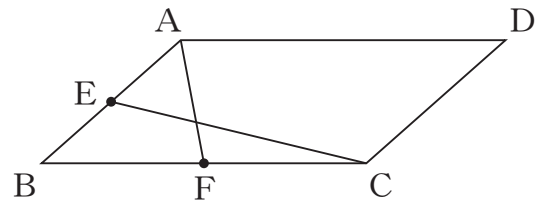


図2は、**予想2**の「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE、辺BCの中点をFとする」ということを 。

また、**図2**は、**予想2**の「 $AF = CE$ になる」ということを 。

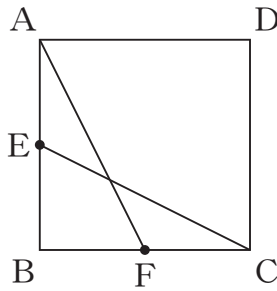
上の と に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア ①：みたしている ②：みたしている
- イ ①：みたしている ②：みたしていない
- ウ ①：みたしていない ②：みたしている
- エ ①：みたしていない ②：みたしていない

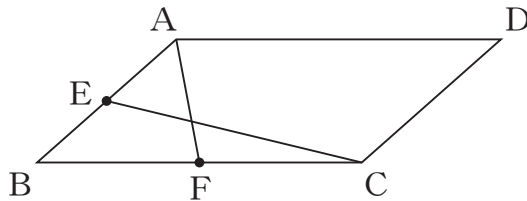
(3) 真由さんは、これまでに調べたことを、次のようにまとめました。

まとめ

◎ 「正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると， $AF = CE$ になる。」ということが成り立つ。



◎ 「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると， $AF = CE$ になる。」ということが成り立たない。



上のまとめから、「四角形ABCDが正方形ならば， $AF = CE$ になる。」ということが成り立つことと，「四角形ABCDが平行四辺形ならば， $AF = CE$ になる。」ということが成り立たないことがわかります。

正方形でない四角形で， $AF = CE$ になる四角形ABCDを考えます。四角形ABCDがどんな四角形ならば， $AF = CE$ になりますか。「～ならば，……になる。」という形で書きなさい。

問題は、次のページに続きます。

8 図書委員会では、生徒の読書活動の状況を調べ、図書だよりにまとめようと考えています。そこで、図書委員の航平さんと桃子さんは、全校生徒 270 人を対象に、最近 1 か月間に読んだ本の冊数と、1 日あたりの読書時間が何分であるかを回答するアンケートを実施しました。

アンケートのお願い	
・最近 1 か月間で読んだ本は何冊ですか。	(冊)
・1 日あたりの読書時間は何分ですか。	(分)

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 二人は、実施したアンケートをもとに、最近 1 か月間に読んだ本の冊数について、下のような表にまとめました。下の表において、読んだ本の冊数の最頻値を求めなさい。

最近 1 か月間に読んだ本の冊数

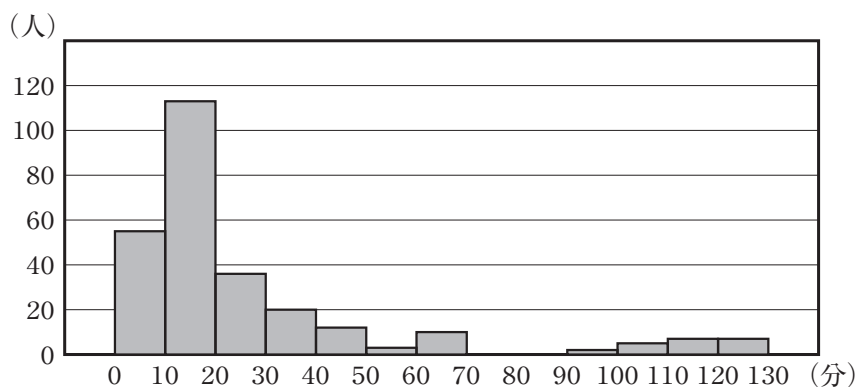
読んだ本の冊数(冊)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
人数(人)	13	114	74	30	11	7	4	4	3	4	6	270

(2) 二人は、実施したアンケートをもとに、1日あたりの読書時間について、次のような表とヒストグラムにまとめました。桃子さんが作ったヒストグラムでは、例えば、1日あたりの読書時間が30分以上40分未満だった生徒が20人いたことを表しています。

航平さんが作った表

	平均値	最大値	最小値
1日あたりの読書時間 (分)	26.0	120	0

桃子さんが作ったヒストグラム



二人は、上の航平さんが作った表と桃子さんが作ったヒストグラムについて話し合っています。

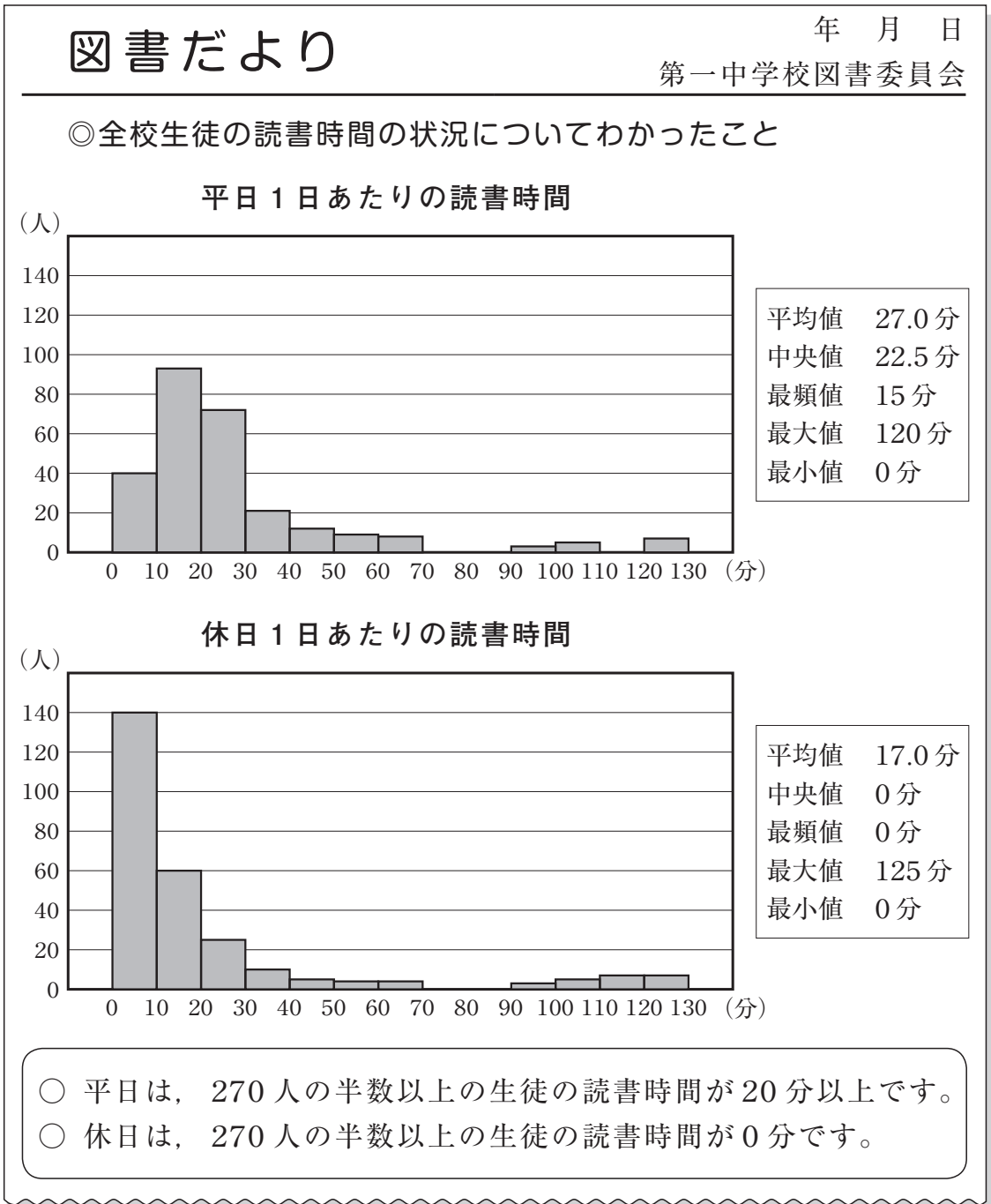
航平さん「1日あたりの読書時間の平均値が26.0分だから、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだね。」

桃子さん「でも、ヒストグラムを見ると26分ぐらいの生徒が多いとはいえないのではないかな。」

桃子さんが作ったヒストグラムを見ると、航平さんのように「1日あたりの読書時間の平均値が26.0分だから、1日に26分ぐらい読書をしている生徒が多いといえそうだ」という考えは適切でないことがわかります。その理由を、桃子さんが作ったヒストグラムの特徴をもとに説明しなさい。

(3) 二人は、月曜日から金曜日までの平日と、土曜日と日曜日の休日では、1日あたりの読書時間に違いがあるのではないかと考えました。そこで、全校生徒を対象に、平日1日あたりの読書時間と休日1日あたりの読書時間を調べるアンケートを改めて実施し、270人の生徒が回答しました。そして、集計した結果をまとめ、次のような図書だよりの下書きを作成しています。

図書だよりの下書き

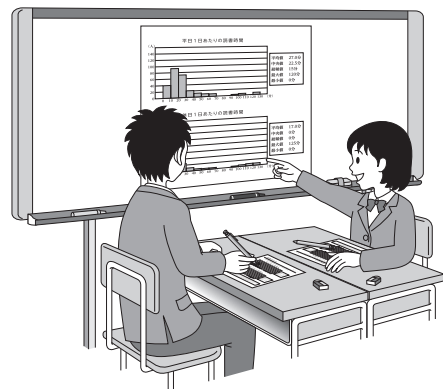


前ページの図書だよりの下書きには、わかったこととして次のことが書かれています。

- 平日は、270人の半数以上の生徒の読書時間が20分以上です。
- 休日は、270人の半数以上の生徒の読書時間が0分です。

このことは、図書だよりの下書きにある平日1日あたりの読書時間と休日1日あたりの読書時間の、ある値に着目することでわかります。その値が、下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

- ア 平均値
- イ 中央値
- ウ 最頻値
- エ 最大値
- オ 最小値



- 9 拓斗さんと若菜さんは、連続する3つの奇数の和がどんな数になるかを調べています。

$$\begin{array}{l} 1, \quad 3, \quad 5 \text{ のとき} \quad 1 + 3 + 5 = 9 = 3 \times 3 \\ 5, \quad 7, \quad 9 \text{ のとき} \quad 5 + 7 + 9 = 21 = 3 \times 7 \\ 13, \quad 15, \quad 17 \text{ のとき} \quad 13 + 15 + 17 = 45 = 3 \times 15 \end{array}$$

拓斗さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想 1

連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍になる。

上の予想 1 がいつでも成り立つことは、次のように説明できます。

説明 1

n を整数とすると、連続する3つの奇数は、

$2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$ と表される。

それらの和は、

$$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5)$$

$$= 2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5$$

$$= 6n + 9$$

$$= 3(2n + 3)$$

$2n + 3$ は中央の奇数だから、 $3(2n + 3)$ は中央の奇数の3倍である。

したがって、連続する3つの奇数の和は、中央の奇数の3倍である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 説明 1 では、 $6n + 9$ を $3(2n + 3)$ と変形しています。このように変形するのは、次のことを示すためです。□①に当てはまる式と、□②に当てはまる数を書きなさい。

連続する3つの奇数 $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$ の和が、中央の奇数を表す式である □① の □② 倍であること。

(2) 二人は、連続する4つの奇数や5つの奇数の和について考えることにしました。若菜さんは、連続する5つの奇数には中央の奇数があることから、中央の奇数に着目して連続する5つの奇数の和について調べました。

$$\begin{array}{l} 1, 3, 5, 7, 9 \text{ のとき} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5 \times 5 \\ 3, 5, 7, 9, 11 \text{ のとき} \quad 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35 = 5 \times 7 \end{array}$$

若菜さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

予想 2

連続する5つの奇数の和は、中央の奇数の5倍になる。

上の**予想 2**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明 2**を完成しなさい。

説明 2

n を整数とすると、連続する5つの奇数は、
 $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, $2n + 7$, $2n + 9$ と表される。
それらの和は、

$$\begin{array}{l} (2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7) + (2n + 9) \\ = \end{array}$$

(3) 二人は、連続する4つの奇数の和がどんな数になるかを話し合っています。

若菜さん「連続する3つの奇数や5つの奇数には中央の奇数があるけれど、連続する4つの奇数には中央の奇数がないね。」

拓斗さん「でも、連続する4つの奇数の和は何らかの数の4倍になるのではないかな。」

そこで、拓斗さんは、 n を整数として、連続する4つの奇数を、 $2n+1$ 、 $2n+3$ 、 $2n+5$ 、 $2n+7$ と表し、それらの和を次のように計算しました。

拓斗さんの計算

$$\begin{aligned} & (2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7) \\ &= 2n+1+2n+3+2n+5+2n+7 \\ &= 8n+16 \\ &= 4(2n+4) \end{aligned}$$

上の拓斗さんの計算から、連続する4つの奇数の和は $2n+4$ の4倍になることがわかります。 $2n+4$ はどんな数ですか。正しいものを、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 連続する4つの奇数のうち小さい方から2番目の奇数
- イ 連続する4つの奇数のうち小さい方から3番目の奇数
- ウ 連続する4つの奇数のうち小さい方から1番目の奇数と2番目の奇数の間にある偶数
- エ 連続する4つの奇数のうち小さい方から2番目の奇数と3番目の奇数の間にある偶数
- オ 連続する4つの奇数のうち小さい方から3番目の奇数と4番目の奇数の間にある偶数

これで数学の問題は終わりです。

