令和３年度

中学校第３学年
数　学

注　意

1　先生の合図があるまで，冊子を開かないでください。

2　調査問題は，１ページから20ページまであります。問題用紙の空いている場所は，下書きや計算などに使用してもかまいません。

3　解答は，全て「数学」の解答用紙に記入してください。

4　解答は，ＨＢ以上の濃さの黒鉛筆(シャープペンシルも可，ボールペンは不可)を使い，濃く，はっきりと書いてください。

5　解答を選択肢から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。

6　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。

7　解答には，定規やコンパスは使用しません。

8　解答用紙の解答欄は，裏にもあります。

9　調査時間は，50分間です。

10　机の上の「個人番号シール票」をよく見て，解答用紙に，組，出席番号，性別，個人番号を間違いのないように書き，個人番号シールを１枚貼ってください。

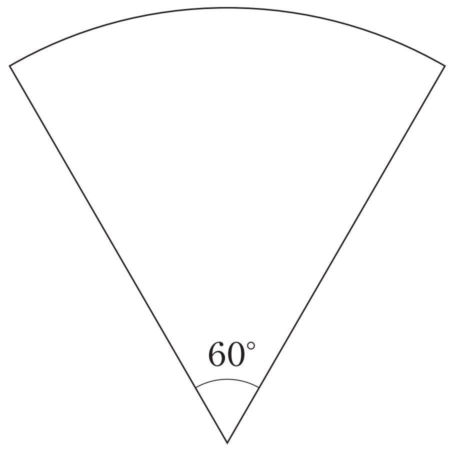
問題は，次のページから始まります。

1　$(5x+6y)-(3x-2y)$ を計算しなさい。

2 ノート２冊と800円の筆箱１個を買ったときの代金と，ノート４冊と500円のシャープペンシル１本を買ったときの代金は等しくなります。

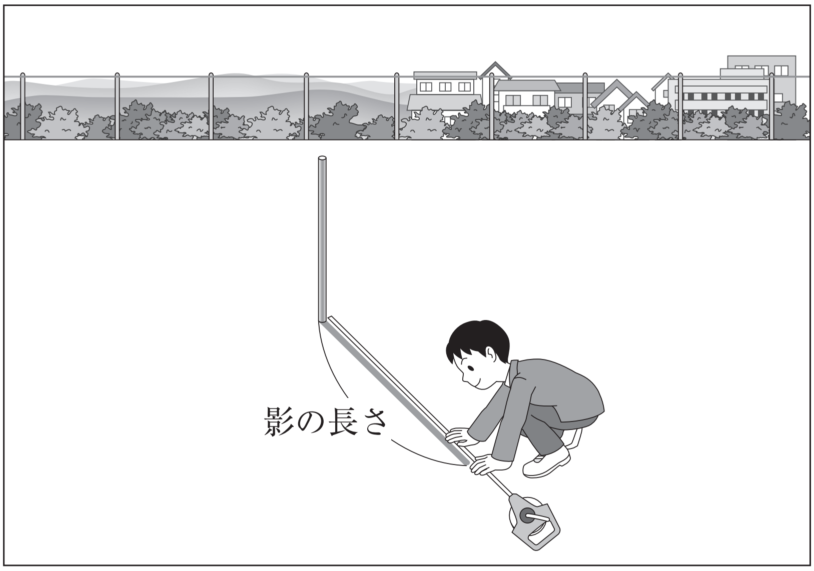
ノート１冊の値段を求めるために，ノート１冊の値段をx円として，方程式をつくりなさい。ただし，つくった方程式を解く必要はありません。

3 次の図のような，中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の弧の長さは，同じ半径の円の円周の長さの何倍ですか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。



ア $\frac{1}{2}$ 倍　**イ** $\frac{1}{3}$ 倍　**ウ** $\frac{1}{4}$ 倍　**エ** $\frac{1}{5}$ 倍　**オ** $\frac{1}{6}$ 倍

4 長さが１mの棒を地面に対して垂直に立てたときにできる影の長さについて，ある日の午前８時から１時間おきに，午後４時まで調べました。



次の表は，午前８時から経過した時間とそれに対応する影の長さを表しています。

午前８時から経過した時間と影の長さ

経過した時間（時間）	0	1	2	3	4	5	6	7	8
影の長さ（cm）	190	124	96	80	79	96	130	193	350

このとき，午前８時から経過した時間と影の長さについて，「経過した時間を決めると，それにともなって影の長さがただ１つ決まる」という関係があります。

下線部を，次のように表すとき，［　①　］と［　②　］に当てはまる言葉を書きなさい。

［　①　］は［　②　］の関数である。

5 下の**記録**は，ある中学校の男子生徒10人が反復横とびを20秒間行ったときの結果を，回数の少ない方から順に並べたものです。

記録

43	46	46	52	53	55	56	56	56	57

（単位：回）

反復横とびの**記録**の中央値を求めなさい。

問題は，次のページに続きます。

6 自然数を５つずつに区切った表があります。この表で，縦に２つ，横に２つの数が入る四角で４つの数を囲みます。例えば，右の**図１**のように四角で４つの数を囲むとき，左上の数は３，右上の数は４，左下の数は８，右下の数は９になります。

図１

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

優太さんと真菜さんは，右の**図２**のように，４つの数を囲んで，それら４つの数の和がどんな数になるかを調べています。

図２

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35

１，　２，　６，　７のとき　$1+2+6+7=16=4\times4$
９，１０，１４，１５のとき　$9+10+14+15=48=4\times12$
２２，２３，２７，２８のとき　$22+23+27+28=100=4\times25$

優太さんは，これらの結果から，四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和はいつでも４の倍数になると予想しました。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）四角で囲んだ４つの数が12，13，17，18のとき，４つの数の和は４の倍数になることが成り立つかどうかを下のように確かめます。下の $\boxed{}$ に当てはまる式を書きなさい。

１２，１３，１７，１８のとき　$12+13+17+18=60=\boxed{}$

（2）二人は，四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和はいつでも４の倍数になることが成り立つかどうかについて話し合っています。

優太さん「左上の数が１のとき，左下の数が６になっているね。四角で４つの数を囲むとき，左上の数に５をたすと左下の数になっているよ。」
真菜さん「そうなるのは，自然数を５つずつで区切っているからだね。」
優太さん「左上の数を n とすると，左下の数は $n+5$ と表すことができるね。」
真菜さん「右上の数と右下の数も n を使って表して，４つの数の和について調べてみよう。」

「四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和はいつでも４の倍数になる」という優太さんの予想が成り立つことの**説明**を完成しなさい。

説明

n を自然数として，四角で囲んだ４つの数のうち，
左上の数を n とすると，右上の数は $n+1$，
左下の数は $n+5$，右下の数は $n+6$ と表される。
これら４つの数の和は，

$$n+(n+1)+(n+5)+(n+6)$$
$=$

（３）二人は，自然数を６つずつに区切った表でも，四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和が４の倍数になるかを考えることにしました。そこで，次の**図３**のような表をつくり，四角で囲んだ４つの数の和について調べました。

図３

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

1，　2，　7，　8のとき　$1+2+7+8=18=2\times 9$

17，18，23，24のとき　$17+18+23+24=82=2\times 41$

これらの結果から，**図３**のときは四角で囲んだ４つの数の和が，４の倍数にならないことがわかります。そこで，真菜さんは，四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和がどんな数になるかを調べるために，左上の数をnとして，右上の数を$n+1$，左下の数を$n+6$，右下の数を$n+7$と表し，次のように計算しました。

真菜さんの計算

$$
\begin{aligned}
& n+(n+1)+(n+6)+(n+7) \\
&= n+n+1+n+6+n+7 \\
&= 4n+14 \\
&= 2(2n+7)
\end{aligned}
$$

n	$n+1$
$n+6$	$n+7$

前ページの**真菜さんの計算**から，四角で囲んだ４つの数の和は，$2(2n+7)$になるので２の倍数になることがわかります。このことについて，二人は話し合っています。

真菜さん「自然数を６つずつに区切って表をつくったときは，４つの数の和が$2n+7$の２倍になることがわかるね。」
優太さん「$2n+7$はどんな数なのかな。」

$2(2n+7)$の$2n+7$は，$n+(n+7)$と変形することができます。このことから，四角で４つの数を囲むとき，４つの数の和は，左上，右上，左下，右下の数のうち，ある２つの数の和の２倍であることがわかります。

四角で囲んだ４つの数の和は，どの位置にある２つの数の和の２倍ですか。「～～は，……である。」という形で書きなさい。

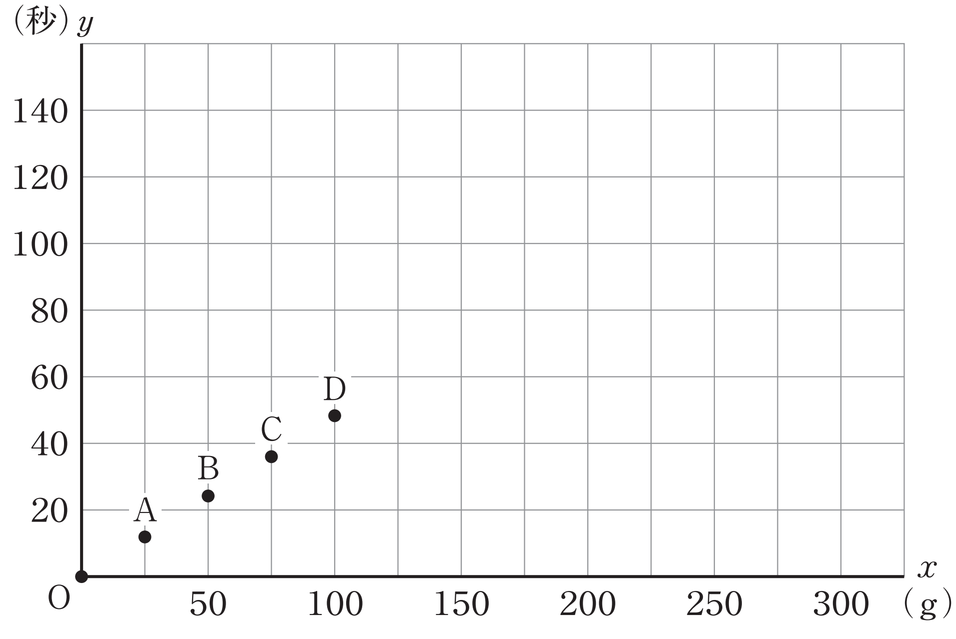
7 学級委員の健斗さんは，２分間スピーチの時間をはかるための砂時計をペットボトルで作ることにしました。その砂時計は，ペットボトルに砂を入れ，砂を通すための穴をあけた厚紙をペットボトルの間にはさんで作ります。

健斗さんは，ペットボトルに入れる砂の重さを決めると，砂が落ちきるまでの時間が決まると考えました。そこで，砂の重さが x g のときに，砂が落ち始めてから落ちきるまでの時間を y 秒として調べ，その結果を，次のように表にまとめ，下のグラフに表しました。

調べた結果

砂の重さと砂が落ちきるまでの時間

砂の重さ x（g）	0	25	50	75	100
砂が落ちきるまでの時間 y（秒）	0	11.9	24.2	36.0	48.3



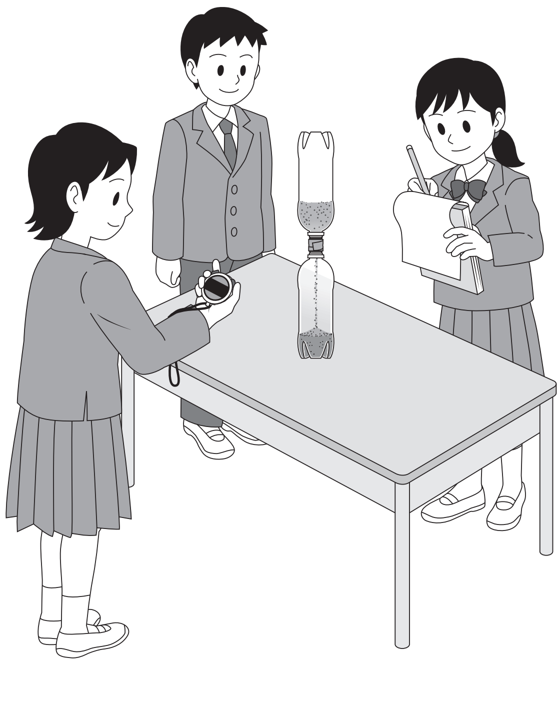
次の(１)，(２)の各問いに答えなさい。

(１) **調べた結果**のグラフにおいて，砂の重さが75ｇのときに，砂が落ちきるまでの時間が36.0秒であったことを表す点はどれですか。点Ａから点Ｄまでの中から記号を１つ書きなさい。

(２) 健斗さんは，２分をはかるために，砂時計に必要な砂の重さを調べます。

そこで，**調べた結果**のグラフにおいて，原点Ｏから点Ｄまでの点が一直線上にあるとし，砂の重さが増えてもすべての点が同じ直線上にあると考えることにしました。

このとき，２分をはかるために必要な砂の重さを求める方法を説明しなさい。ただし，実際に必要な砂の重さを求める必要はありません。



8 桃花さんは，５月にＡ市のキャンプ場に行くことになりました。キャンプの準備をするために，キャンプ場の過ごしやすさについて，気候に着目し，Ａ市の昨年５月の最高気温，最低気温，日照時間，最大瞬間（しゅんかん）風速，降水量をインターネットで調べました。さらに，調べた最高気温から最低気温をひいて気温差を求め，下の表のようにまとめました。

調べたこと

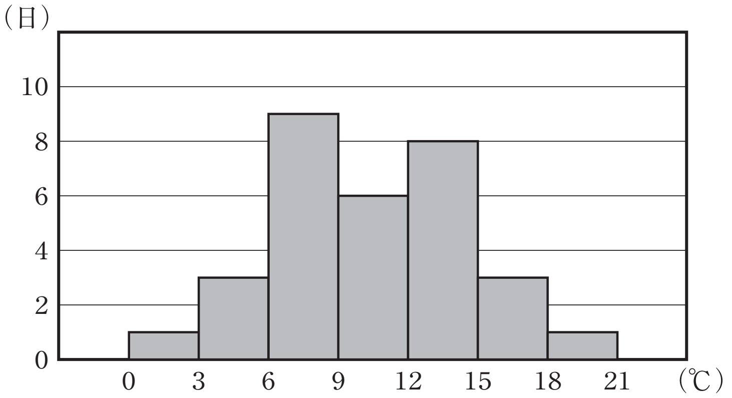
日付	最高気温（℃）	最低気温（℃）	気温差（℃）	日照時間（時間）	最大瞬間風速（m/秒）	降水量（mm）
１日	20.9	6.9	14.0	5.8	7.4	0.0
２日	25.9	9.1	16.8	12.0	7.3	0.0
３日	27.3	12.8	14.5	10.3	8.2	0.0
４日	20.3	11.8	8.5	2.5	9.5	0.0
５日	23.5	9.4	14.1	9.9	11.9	0.5
６日	13.2	5.5	7.7	0.1	8.7	2.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
31日	20.9	9.2	11.7	2.2	9.1	0.0

○日照時間とは，１日のうちで，日光によってものの影ができた時間の合計のこと。

次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１） 桃花さんは，前ページの**調べたこと**の表から，気温差が大きい日や小さい日があることが気になり，気温差の分布のようすを，次のヒストグラムにまとめました。例えば，気温差が３℃以上６℃未満の日が３日あったことを表しています。

気温差のヒストグラム



気温差が９℃以上12℃未満の階級の度数を求めなさい。

（２）桃花さんは，14ページの**気温差のヒストグラム**を見て，６℃以上９℃未満の階級と12℃以上15℃未満の階級の度数が多く，山が２つあるように見えることが気になりました。13ページの**調べたこと**の表を見直したところ，日照時間が長い日は，気温差が大きい傾向にあるのではないかと考えました。そこで，日照時間が６時間未満の日と６時間以上の日で分けてまとめた気温差について，それぞれの階級の相対度数を求め，度数分布表に表しました。

気温差の度数分布表

気温差(℃)	６時間未満		６時間以上	
	度数(日)	相対度数	度数(日)	相対度数
以上　未満 0 ～ 3	1	0.05	0	0.00
3 ～ 6	3	0.16	0	0.00
6 ～ 9	9	0.47	0	0.00
9 ～ 12	4	0.21	2	0.17
12 ～ 15	2	0.11	6	0.50
15 ～ 18	0	0.00	3	0.25
18 ～ 21	0	0.00	1	0.08
合計	19	1.00	12	1.00

上の**気温差の度数分布表**のように，２つの分布の傾向を比べるために相対度数を用いるのは，次のページのような考えが使われているからです。

2つの分布の傾向を比べるために相対度数を用いるのは，日照時間が「6時間未満」と「6時間以上」の $\boxed{}$ が違うからです。

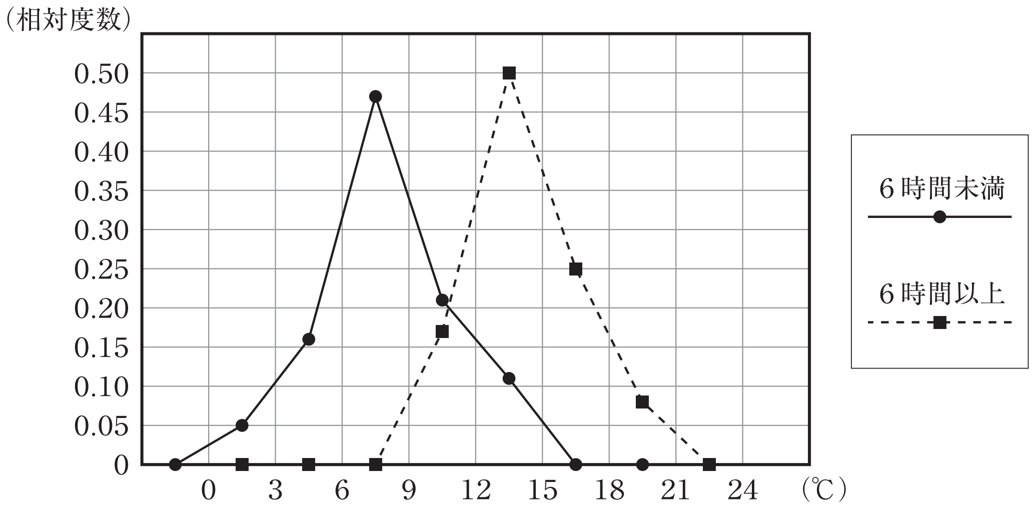
上の $\boxed{}$ に当てはまる言葉として正しいものを，下の**ア**から**エ**までの中から1つ選びなさい。

ア　日照時間　　　　**イ**　気温差

ウ　階級ごとの度数　　**エ**　度数の合計

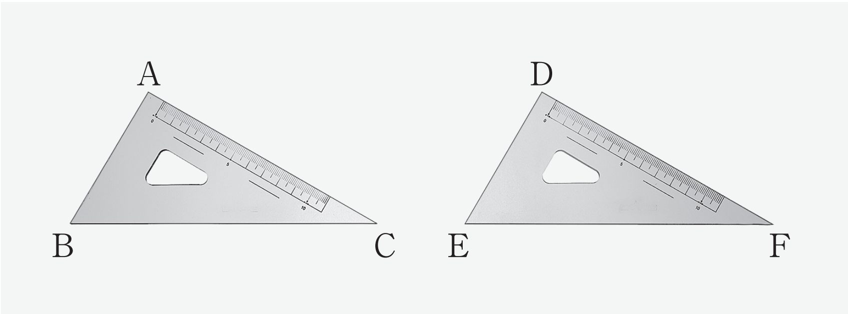
（3）桃花さんは，前ページの**気温差の度数分布表**をもとに，横軸を気温差，縦軸を相対度数として度数分布多角形（度数折れ線）に表しました。

気温差の度数分布多角形



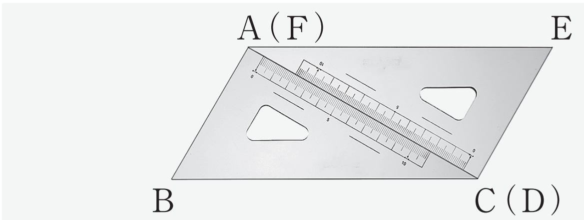
気温差の度数分布多角形から，「日照時間が6時間以上の日は，6時間未満の日より気温差が大きい傾向にある」と主張することができます。そのように主張することができる理由を，**気温差の度数分布多角形**の2つの度数分布多角形の特徴を比較して説明しなさい。

9 30°，60°，90°の同じ三角定規を２つ用意し，それぞれ△ABC，△DEFとします。直輝さんと由衣さんは，この２つの三角定規を組み合わせてできる四角形について考えることにしました。



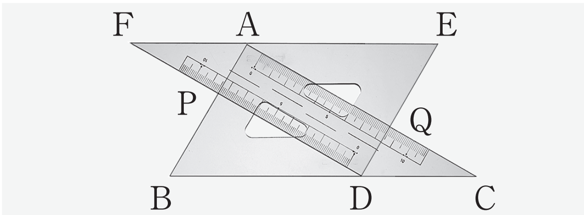
二人は，２つの三角定規を右の**図１**のように，点Aと点F，点Cと点Dが重なるように並べました。このとき，四角形ABCEができます。

図１



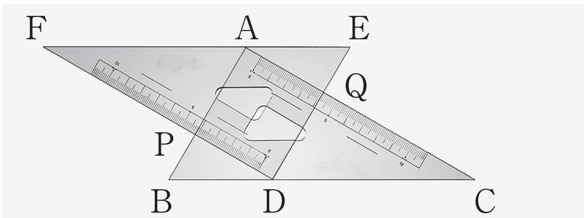
次に，**図２**のように，点Dが辺BC上にあり，辺EFが辺BCと平行になるように，△DEFを△ABCに重ねました。辺ABと辺FD，辺EDと辺ACの交点をそれぞれ点P，Qとすると，四角形APDQができます。

図２



そして，**図３**のように，点Dが辺BC上にあり，辺EFが辺BCと平行になるように，△DEFを左に動かしました。

図３



次の(１)から(３)までの各問いに答えなさい。

（１）二人は，前ページの**図１**の四角形ABCEが平行四辺形になると予想し，予想が成り立つことを示すために，次の**図４**をかきました。

図４

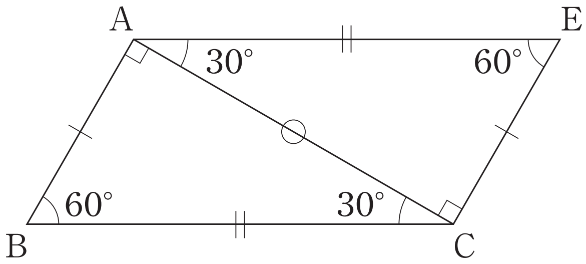


図４において，△ABCと△CEAは合同なので，対応する辺の長さや角の大きさが等しいことがわかります。

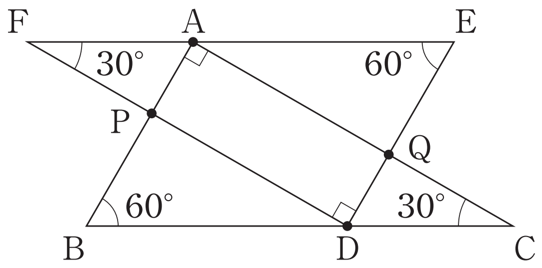
このことから，四角形ABCEが平行四辺形になることは，平行四辺形になるための条件を用いて説明できます。下の**ア**，**イ**のどちらかを選び，選んだ条件を用いて説明しなさい。**ア**，**イ**のどちらを選んで説明してもかまいません。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

（2）二人は，17ページの**図２**，**図３**のように，２つの三角定規が重なったところにできる四角形APDQが長方形になると予想し，予想が成り立つことを示すために，次のような**図５**をかきました。

図５



４つの角がすべて等しい四角形は，長方形になります。四角形APDQについて，∠PAQ＝∠PDQ＝90°より，∠APD＝90°がいえれば，∠AQD＝90°となり，四角形APDQは長方形になります。

そこで，直輝さんは，∠APD＝90°になることについて，次のように考えました。

直輝さんの考え

① ∠APDは△AFPの外角だから，∠AFPと∠FAPの和に等しい。

② ２直線FE，BCに直線ABが交わってできる角のうち，錯角である∠FAPと∠PBDは等しくなることから，∠FAP＝∠PBD＝60°になる。

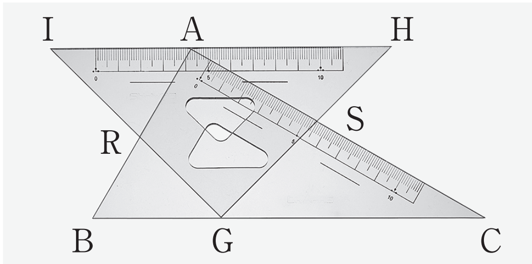
③ ①，②より，∠APD＝∠AFP＋∠FAP＝30°＋60°＝90°になり，∠APD＝90°といえそうだ。

直輝さんの考えの②で，錯角である∠FAPと∠PBDは等しくなるといえるのは，直線FEと直線BCに，ある関係が成り立っているからです。その関係を記号を使って表しなさい。

（3）二人は，左に動かす三角定規を，斜辺を底辺としたときの高さが△ABCと等しい45°，45°，90°の三角定規に変えて，重なったところにできる四角形について考えることにしました。

右の**図6**のように，45°，45°，90°の三角定規を△GHIとし，辺ABと辺IG，辺HGと辺ACの交点をそれぞれ点R，Sとすると，四角形ARGSができます。

図6



点Gが辺BC上にあり，辺HIが辺BCと平行になるように，△GHIを左に動かしたとき，二人は，四角形ARGSが長方形にならないと考え，次のような**図7**，**図8**をかきました。

図7

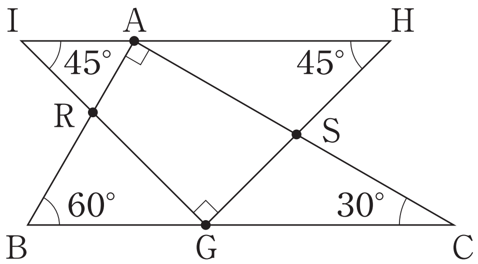
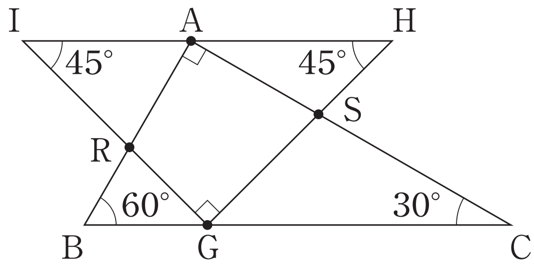


図8



二人は，**図7**，**図8**で，四角形ARGSが長方形にならないことから，四角形ARGSがどんな四角形になるか話し合っています。

直輝さん「△GHIを動かすと四角形ARGSの４つの辺の長さはそれぞれ長くなったり短くなったりするよ。角の大きさはどうなるかな。」
由衣さん「∠RASと∠RGSの大きさはそれぞれ90°で変わらないね。∠ARGと∠ASGの大きさはどうかな。」

△GHIを動かしても，四角形ARGSの∠ARGと∠ASGの和はいつでも180°になります。このほかに，∠ARG，∠ASGの大きさについて，いつでもいえることを書きなさい。

これで数学の問題は終わりです。